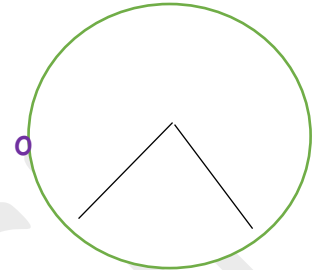


प्रश्नावली: 11.1

1. 6 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त के एक त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसका कोण 60° है।

हल: - वृत्त की त्रिज्या = 6 cm

$$\begin{aligned}\therefore \text{त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल} &= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 \\ &= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \text{ cm}^2 \\ &= \frac{22}{7} \times 6 \text{ cm}^2 \\ &= \frac{132}{7} \text{ cm}^2\end{aligned}$$



60° का कोण बनाने वाले त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल $\frac{132}{7} \text{ cm}^2$ है। Ans.

2. एक वृत्त के चतुर्थांश का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी परिधि 22 सेमी है।

हल: - वृत्त की परिधि = 22 cm

$$\Rightarrow 2\pi r = 22 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times r = 22$$

$$\Rightarrow r = \frac{22 \times 7}{2 \times 22}$$

$$\therefore r = \frac{7}{2} \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{चतुर्थांश का क्षेत्रफल} &= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 \\ &= \frac{90^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \text{ cm}^2 \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{11}{1} \times \frac{7}{2} \text{ cm}^2 \\ &= \frac{77}{8} \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$\therefore$ चतुर्थांश का क्षेत्रफल $\frac{77}{8} \text{ cm}^2$ है। Ans.

3. एक घड़ी की मिनट की सूई जिसकी लंबाई 14 cm है। इस सूई द्वारा 5 मिनट में रचित क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: - घड़ी की मिनट की सूई की लंबाई 14 सेंटीमीटर है

$\therefore$ वृत्त की त्रिज्या (r) = 14 cm

1 घंटे में मिनट की सूई से घूमने वाला कोण = 360°

$$\therefore \text{मिनट की सूई द्वारा 5 मिनट में घुमाया गया कोण} = \frac{360^\circ \times 5}{60}$$

$$= 30^\circ$$

घड़ी की मिनट की सूई द्वारा बनाए गए त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल

$$= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2$$

$$= \frac{30^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \text{ cm}^2$$

$$= \frac{1}{12} \times 22 \times 2 \times 14 \text{ cm}^2$$

$$= \frac{154}{3} \text{ cm}^2$$

$\therefore$ मिनट की सूई द्वारा 5 मिनट में पूरा किया गया क्षेत्रफल $\frac{154}{3} \text{ cm}^2$ है। Ans.

4. 10 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्त की जीवा केंद्र पर समकोण अंतरित करती है। निम्नलिखित के क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए:

(i) संघत लघु वृत्तखंड (ii) संघत दीर्घ त्रिज्यखंड ($\pi = 3.14$ का प्रयोग करें)

हल: - वृत्त की त्रिज्या = 10 cm

केंद्रीय कोण = 90°

लघु खंड का क्षेत्रफल = लघु खंड का क्षेत्रफल - $\triangle AOB$ का क्षेत्रफल

$$= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 - \frac{1}{2} r^2$$

$$= \frac{90^\circ}{360^\circ} \times 3.14 \times 10 \times 10 - \frac{1}{2} \times 10 \times 10$$

$$= 78.5 - 50$$

$$= 28.5 \text{ cm}^2$$

संघत दीर्घ त्रिज्यखंड में कोण = $360^\circ - 90^\circ = 270^\circ$

$$\text{संघत दीर्घ त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल} = \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2$$

$$= \frac{270^\circ}{360^\circ} \times 3.14 \times 10 \times 10$$

$$= 235.5 \text{ cm}^2$$

$\therefore$ छोटे खंड का क्षेत्रफल 28.5 cm^2 और संघत दीर्घ त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल 235.5 cm^2 है।

Ans.

5. त्रिज्या 21 cm वाले वृत्त का एक चाप केंद्र पर 60° का कोण अंतरित करता है। ज्ञात कीजिए:
 (i) चाप की लंबाई (ii) चाप द्वारा बनाए गए त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल (iii) संगत जीवा द्वारा बनाए गए वृत्तखंड का क्षेत्रफल

हल: - वृत्त की त्रिज्या = 21 cm

केंद्रीय कोण $\theta = 60^\circ$

$$\begin{aligned} \text{(i) चाप AB की लंबाई} &= \frac{\theta}{360^\circ} 2\pi r \\ &= \frac{\theta}{180^\circ} \pi r \\ &= \frac{60^\circ}{180^\circ} \times \frac{22}{7} \times 21 \text{ cm} \\ &= 22 \text{ cm} \end{aligned}$$

चाप की लंबाई 22 सेमी है।

$$\begin{aligned} \text{(ii) त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल} &= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 \\ &= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \text{ cm}^2 \\ &= 231 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$\therefore$ चाप द्वारा बने त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल 231 cm^2

(iii) वृत्तखंड का क्षेत्रफल = त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल - समबाहु $\triangle AOB$ का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} r^2 \\ &= \left(\frac{60^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 21 \times 21 \right) \text{ cm}^2 \\ &= \left(231 - \frac{441\sqrt{3}}{4} \right) \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$\therefore$ खंड का क्षेत्रफल $\left(231 - \frac{441\sqrt{3}}{4} \right) \text{ cm}^2$ है। Ans.

6. 15 cm त्रिज्या वाले एक वृत्त की कोई जीवा केंद्र पर 60° का कोण अंतरित करती है। संगत लघु और दीर्घ वृत्तखण्डों के क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ और $\sqrt{3} = 1.73$ का प्रयोग करें)

हल: - वृत्त की त्रिज्या = 15 cm

केंद्रीय कोण = 60°

लघु खंड का क्षेत्रफल = लघु त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल - समबाहु $\triangle AOB$ का क्षेत्रफल

$$= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} r^2$$

$$= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times 3.14 \times 15 \times 15 - \frac{1.73}{2} \times 15 \times 15$$

$$= 117.75 - 97.3125$$

$$= 20.4375 \text{ cm}^2 \dots\dots\dots(i)$$

दीर्घ खंड का क्षेत्रफल = वृत्त का क्षेत्रफल - लघु खंड का क्षेत्रफल

$$= \pi r^2 - \left(\frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} r^2 \right)$$

$$= 3.14 \times 15 \times 15 - 20.4375 \text{ cm}^2 \quad \text{समीकरण (1) से}$$

$$= 706.5 - 20.4375 \text{ cm}^2$$

$$= 686.0625 \text{ cm}^2 \text{ है। Ans.}$$

संगत लघु खंड का क्षेत्रफल = 20.4375 cm^2

और दीर्घ वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल = 686.0625 cm^2 है। Ans.

7. 12 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्त की जीवा केंद्र पर 120° का कोण अंतरित करती है। वृत्त के संगत वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ और $\sqrt{3} = 1.73$ का प्रयोग करें)

हल: - हम जानते हैं कि केंद्र से डाला गया लम्ब जीवा को समद्विभाजित करता है।

$$\therefore SV = VT$$

त्रिभुज OVS में,

$$\frac{OV}{OS} = \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{OV}{12} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow OV = 6 \text{ cm}$$

$$\text{और } \frac{SV}{OS} = \sin 60^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{SV}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow SV = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

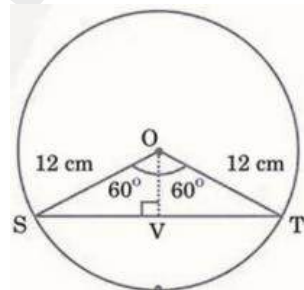
$$ST = 2 \times SV$$

$$= 2 \times 6\sqrt{3}$$

$$= 12\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\Delta OST \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times ST \times OV$$

$$= \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 6$$



$$= 36 \times 1.73$$

$$= 62.28 \text{ cm}^2$$

$$\text{त्रिज्यखंड OSUT का क्षेत्रफल} = \frac{120^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi (12)^2$$

$$= \frac{1}{3} \times 3.14 \times 12 \times 12$$

$$= 150.72 \text{ cm}^2$$

$$\text{लघु वृत्तखंड का क्षेत्रफल} = \text{त्रिज्यखंड OSUT का क्षेत्रफल} - \Delta OST \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$= 150.72 \text{ cm}^2 - 62.28 \text{ cm}^2$$

$$= 88.44 \text{ cm}^2 \text{ Ans.}$$

8. 15 m भुजा वाले एक वर्गाकार घास के मैदान के एक कोने पर लगे खूंटे से एक घोड़े को 5 m लंबी रस्सी से बांध दिया गया है। ज्ञात कीजिए:

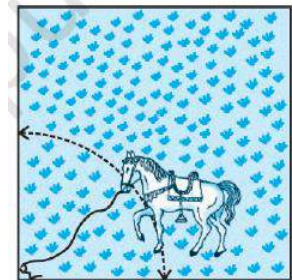
(i) मैदान के उस भाग का क्षेत्रफल जहाँ घोड़ा चर सकता है।

(ii) चरे जा सकने वाले क्षेत्रफल में वृद्धि, यदि घोड़े को 5 m रस्सी के स्थान पर 10 m लंबी रस्सी से बांध दिया जाए। ($\pi = 3.14$ का प्रयोग कीजिए)

हल: - वर्गाकार मैदान की भुजा = 15 मी

रस्सी की लंबाई (वृत्त के चतुर्थांश की त्रिज्या) $r = 5$ मी

$$\begin{aligned} \text{(i) चतुर्थांश का क्षेत्रफल} &= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 \\ &= \frac{90^\circ}{360^\circ} \times 3.14 \times 5 \times 5 \text{ m}^2 \\ &= 19.625 \text{ m}^2 \end{aligned}$$



$\therefore$ मैदान के उस भाग का क्षेत्रफल जिसमें घोड़ा चर सकता है = 19.625 m^2

(ii) चतुर्थांश का क्षेत्रफल यदि रस्सी की लंबाई बढ़ाकर 10 मीटर कर दी जाए

$$\begin{aligned} &= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 \\ &= \frac{90^\circ}{360^\circ} \times 3.14 \times 10 \times 10 \text{ m}^2 \\ &= 78.5 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$\therefore$ चराई क्षेत्र में वृद्धि = $78.5 \text{ m}^2 - 19.625 \text{ m}^2$

$$= 58.875 \text{ m}^2 \text{ है। Ans.}$$

9. एक वृताकार ब्रूच को चाँदी के तार से बनाया जाना है जिसका व्यास 35 mm है। तार को वृत्त के 5 व्यासों को बनाने में भी प्रयुक्त किया गया है जो वृत्त को 10 बराबर त्रिज्यखंडों में विभाजित करते हैं जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। ज्ञात कीजिए:

(i) कुल वांछित चाँदी के तार की लंबाई।

(ii) ब्रूच के प्रत्येक त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल।

हल: - वृत्त के व्यास की लम्बाई = 35 mm

$$\therefore \text{वृत्त की त्रिज्या} = \frac{35}{2} \text{ mm}$$

(i) आवश्यक चाँदी के तार की कुल लंबाई

= वृत्त की परिधि + 5 व्यासों की लंबाई

$$= 2\pi r + (5 \times 35) \text{ mm}$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{35}{2} + 175 \text{ mm}$$

$$= 110 + 175 \text{ mm}$$

$$= 285 \text{ mm}$$

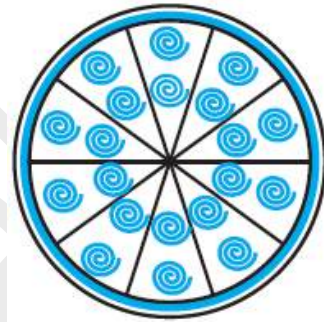
(ii) त्रिज्यखंडों की संख्या = 10

प्रत्येक त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल = $\frac{1}{10}$ वृत्त का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{10} \pi r^2$$

$$= \frac{1}{10} \times \frac{22}{7} \times \frac{35}{2} \times \frac{35}{2}$$

$$= \frac{385}{4} \text{ mm}^2 \text{ है। Ans.}$$



10. एक छतरी में 8 ताने हैं जो बराबर दूरी पर लगे हुए हैं (चित्र देखें)। छतरी को 45 cm त्रिज्या वाला एक सपाट वृत्त मानते हुए, इसकी दो क्रमागत तानों के बीच का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

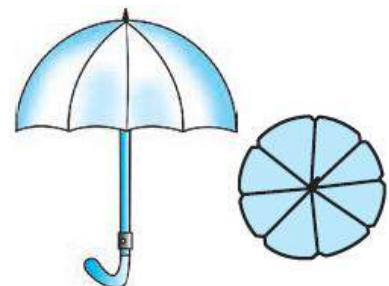
हल: - छाते में तानों की संख्या = 8

छतरी की त्रिज्या (छतरी को सपाट वृत्त मानते हुए) = 45 cm

छतरी की लगातार दो तानों के बीच का क्षेत्र

$$= \frac{1}{8} \text{ वृत्त का क्षेत्रफल}$$

$$= \frac{1}{8} \pi r^2$$



$$= \frac{1}{8} \times \frac{22}{7} \times 45 \times 45$$

$$= \frac{22275}{28} \text{ cm}^2$$

∴ दो क्रमागत तानों के बीच का क्षेत्रफल $\frac{22275}{28} \text{ cm}^2$ है। Ans.

11. किसी कार के दो वाइपर हैं, परस्पर कभी आच्छादित नहीं होते हैं। प्रत्येक वाइपर की पत्ती की लंबाई 25 cm है और 115° के कोण तक घूमकर सफाई कर सकता है। पत्तियों की प्रत्येक बुहार के साथ जितना क्षेत्रफल साफ हो जाता है, वह ज्ञात कीजिए।

हल: - वाइपर की त्रिज्या (r) = 25 cm

वाइपर द्वारा बनाए गए वृत्त के त्रिज्यखंड का कोण = 115°

प्रत्येक वाइपर द्वारा बनाए गए त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल = $\frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2$

$$= \frac{115^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 25 \times 25 \text{ cm}^2$$

$$= \frac{158125}{252} \text{ cm}^2$$

∴ पत्तियों की प्रत्येक बुहार पर साफ किया गया कुल क्षेत्रफल = $2 \times \frac{158125}{252} \text{ cm}^2$

$$= \frac{158125}{126} \text{ cm}^2 \text{ है। Ans.}$$

12. जहाजों को समुद्र में जलस्तर के नीचे स्थित चट्टानों की चेतावनी देने के लिए, एक लाइट हाउस 80° कोण वाले एक त्रिज्यखंड में 16.5 km की दूरी तक लाल रंग का प्रकाश फैलाता है। समुद्र के उस भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसमें जहाजों को चेतावनी दी जा सके। ($\pi = 3.14$ का प्रयोग करें)

हल: - वह दूरी जिस पर प्रकाश फैलता है अर्थात् त्रिज्या, $r = 16.5 \text{ km} = \frac{33}{2} \text{ km}$

केंद्रीय कोण $\theta = 80^\circ$

समुद्र का वह क्षेत्र जिसके ऊपर जहाजों को चेतावनी दी जाती है

= सेक्टर का क्षेत्रफल।

$$= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2$$

$$= \frac{80^\circ}{360^\circ} \times 3.14 \times \frac{33}{2} \times \frac{33}{2} \text{ km}^2$$

$$= \frac{1709.73}{9} \text{ km}^2$$

$$= 189.97 \text{ km}^2$$

∴ समुद्र के 189.97 km^2 क्षेत्रफल के ऊपर जहाजों को चेतावनी दी जाती है। Ans.

13. एक गोल मेजपोश पर छः समान डिजाईन बने हुए हैं। यदि मेजपोश की त्रिज्या 28 cm है, तो ₹ 0.35 प्रति वर्ग cm की दर से इन डिजाइनों को बनाने की लागत ज्ञात कीजिए। ($\sqrt{3} = 1.7$ का प्रयोग करें)

हल: - टेबल कवर में समान डिजाइनों की संख्या = 6

गोल मेजपोश की त्रिज्या = 28 cm

$$\text{केंद्रीय कोण} = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$

एक डिजाइन का क्षेत्रफल

= त्रिज्यखंड ACB का क्षेत्रफल - समबाहु ΔAOB का क्षेत्रफल

$$= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} r^2$$

$$= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 28 \times 28 - \frac{1.7}{4} \times 28 \times 28$$

$$= 410.66 - 333.2 \text{ cm}^2$$

$$= 77.46 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} 6 \text{ डिजाइनों का क्षेत्रफल} &= 6 \times 77.46 \text{ cm}^2 \\ &= 464.76 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

डिजाइन को ₹ 0.35 प्रति सेमी^2 की दर से बनाने की लागत

$$= ₹ 0.35 \times 464.76$$

$$= ₹ 162.66$$

∴ डिजाइन बनाने की कुल लागत ₹ 162.66 है। Ans.

14. निम्नलिखित में सही उत्तर चुनिए:

त्रिज्या R वाले वृत्त के उस त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल जिसका कोण p° है निम्नलिखित है:

$$(A) \frac{p}{180} \times 2\pi R \quad (B) \frac{p}{180} \times \pi R^2 \quad (C) \frac{p}{720} \times 2\pi R^2 \quad (D) \frac{p}{360} \times 2\pi R$$

हल: - त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल = $\frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2$

$$= \frac{p}{360^\circ} \pi R^2 = \frac{p}{720^\circ} 2\pi R^2$$

∴ विकल्प (C) सही है।

